Гулнора ГОЙИБНАЗАРОВА
доцент кафедры «Гуманитарные и естественные дисциплины» СБУМИПТК,
Ташкент, Узбекистан

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ С ПОЗИЦИЙ ИДЕЙ ФУЗИОНИЗМА

Ushbu maqola fusionizm g'oyalari nuqtayi nazaridan geometrik ta'limga va geometrik muammolarni hal qilishda fusionizm g'oyasidan amaliy foydalanishga bag'ishlangan.
Kalit so'zlar. Geometriya o'qitish, fusionizm, planimetriya, stereometriya, fazoviy tasvir.

Эта статья посвящается геометрическому образованию с позиций идей фузионизма и практическому пользу идеи фузионизма при решении геометрических задач.
Ключевые слова. Преподавание геометрии, фузионизм, планиметрия, стереометрия, пространственное представление

This article is dedicated to the stages of development of the idea of fuzionizm in studying geometry and the practical use of the idea of fusionism in solving geometric problems.
Key words. Teaching geometry, fuzionizm, planimetry, stereometry.

Проблема слитного изучения планиметрии со стереометрией очень актуальна в наши дни, а спор по этому вопросу уходит в середину 18-го века, когда начали проходить реформы образования. В течение всего ушедшего 20-го века выдающиеся математики, педагоги решали одну из сложнейших проблем теории обучения математике - как эффективно построить и преподавать курс геометрии. Можно добавить также, что, несмотря на серьёзный подход к этому вопросу многих специалистов, вошли в 21-й век, так и не решив её до конца. Тему"Фузионизмы в геометрии" логично рассмотреть в конце изучения школьного курса геометрии в качестве повторения и обобщения пройденного материала. Кроме того, мы встречаемся с фузионизмами при решении большинства задач, следовательно, изучив этот материал, ученики будут увереннее решать задачи на уроках геометрии, пользуясь новыми, приобретёнными знаниями. Из всего выше сказанного можно сделать вывод, что разобравшись и поняв идею фузионизма в курсе геометрии, данный подход принесёт большую практическую пользу.

Идея фузионизма в геометрии всегда была привлекательна, сама по себе очень красива, нестандартна по отношению к традиционной сложившейся системе последовательного курса геометрии от планиметрии к стереометрии, восходящей ещё к "Началам" Евклида.

Планиметрия (от лат. planum – плоскость и греч. metreo – измеряю), часть элементарной геометрии, в которой изучаются свойства фигур, лежащих в плоскости.

Стереометрия (от стерео - объём и греч. metreo — измеряю), часть элементарной геометрии, в которой изучаются фигуры в пространстве.

В первой половине 19-го века фузионизм ещё не был популярен в России, но весьма интересовал умы многих в Западной Европе, где Н.И.Лобачевский нашёл своих последователей, например, французского математика Монжа, а тот своих учеников: Брианшона, Понселе, Шаля, Штаудта и др. В 1825 г. известный французский математик Жергонн написал статью о необходимости слитного преподавания планиметрии и стереометрии, в которой поднял вопрос о неестественном (с его точки зрения) делении геометрии на плоскую и пространственную, что плохо влияет на умственное развитие учащихся. Именно Жергонн первый предложил запись аналогичных утверждений для плоскости и пространства в два столбца, например:

Для плоскости	Для пространства
Окружностью называется множество точек плоскости, одинаково удалённых от данной точки, принадлежащих этой же плоскости	Сферой называется множество точек пространства, одинаково удалённых от данной точки

Выведем значение фузионизма при изучении геометрии. Во-первых, воспользуемся словами Бретшнейдера, автора книги "О преподавании геометрии в гимназиях":

• Очень вредно молодой ум ученика долго задерживать на изучении плоской геометрии, так как от этого замедляется развитие пространственного представления, а от этого и развитие вообще.

• Метод обучения геометрии, основанный на отделении планиметрии от стереометрии, не даёт тех результатов, каких можно достигнуть с помощью метода слияния.

Туринский профессор Паоли отмечает:

• Существует много аналогий между некоторыми плоскими и пространственными фигурами, но изучая их раздельно друг от друга, мы отказываемся видеть то, что даёт полная аналогия между ними, и тем самым возвращаемся к излишним повторениям.

Несмотря на большое значение фузионизма, в школе всё-таки не прижилось слитное преподавание планиметрии со стереометрией в систематическом курсе геометрии. Основная причина заключается в том, что фузионизм противоречит основным дидактическим принципам: от простого к сложному, последовательности, систематичности. Можно сделать вывод, что метод фузионизма будет весьма полезен и эффективен при проведении заключительного этапа изучения школьного курса геометрии – повторении основного пройденного материала.

Направления фузионизма в преподавании геометрии в академических лицеях могут быть следующими:

1. Пропедевтика систематического курса геометрии.
2. Взаимосвязанное изучение свойств плоских и пространственных фигур в систематическом курсе геометрии.
3. Решение планиметрических задач на многогранниках.
4. Аналогии в планиметрии и стереометрии.

Идея фузионизма в геометрии возникла из недр самой геометрии, была обусловлена задачами преподавания одной из самых образных, живых и практических наук, особенно в средней школе. "Неиспорченный" мозг ребенка способен понимать многое, даже то, что кажется взрослому непостижимым. Все мы знаем, что детские впечатления – самые сильные и прочные впечатления, они порою остаются с человеком на всю жизнь. Поэтому создание ярких, довольно "трудных", развивающих учебников, например, по геометрии, необходимо как на начальной ступени обучения, так и в средних и старших классах, при этом нельзя забывать о возрастных и психических особенностях детей, их наклонностях.

Известно, что содержание курса геометрия состоит из аксиономы, теоремы, определения и решение задач которое в целом образуют геоемтрические понятия. В работе геометрическую подготовку учащихся мы определили по следуюшим параметрам:

– знание геометрических понятия;
– использокания теоритического материала на практике;
– правильно и наглядно изображать геометрических фигур;
– уровень развития пространственного воображания;
– роль геометрииии при изучении других предметов;
– обобщать пройденный материал при изучении новой темы.

Сравнение планиметрии со стереометрией

Для плоскости	Для пространства
Если фигура находится в пределах некоторой плоскости, то из выбранной на плоскости точки (начала координат) проводят две взаимно перпендикулярные оси OX(абсцисс) и OY(ординат). Положение точки на плоскости определяют двумя координатами: x и y.	Если фигура (точка) находится в пространстве, то через начало координат проводят три взаимно перпендикулярные оси OX(абсцисс), OY(ординат) и OZ(аппликат). Соответственно этому положение точки в пространстве задаётся тремя координатами: x, y и z. Можно сказать, что это пространство трёх измерений или трёхмерное пространство
AC=CB Каждая координата середины отрезка равна полусумме соответствующих координат его концов. Т.е. $x_C=(x_A+x_B):2$, $y_C=(y_A+y_B):2$	AC=CB То же самое, только добавляется координата z; $z_C=(z_A+z_B):2$
Расстояние между двумя точками определяется по формуле: $AB^2=(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2$	$AB^2=(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2+(z_A-z_B)^2$
Возможны два случая взаимного расположения прямых на плоскости: а) прямые пересекаются, т.е. имеют только одну общую точку; б) прямые параллельны, т.е. лежат в одной плоскости и не пересекаются.	Возможны два случая взаимного расположения плоскостей в пространстве: а) плоскости пересекаются; б) плоскости параллельны.
В прямоугольной системе координат уравнение окружности радиуса r с центром в некоторой точке $(x_0;\ y_0)$ имеет вид: $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$. В частности, уравнение окружности радиуса r с центром в начале координат имеет вид: $x^2+y^2=r^2$.	В трёхмерном пространстве уравнение сферы радиуса r с центром в некоторой точке $(x_0;y_0;z_0)$ имеет вид: $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=r^2$. В частности, уравнение сферы радиуса r с центром в начале координат имеет вид: $x^2+y^2+z^2=r^2$.

Уравнение прямой будет иметь вид: ax+by+c=0, где x и y -переменные, a, b и c числа.	Уравнение плоскости будет иметь вид: ax+by+cz+d=0, где x, y и z -переменные, a, b, c и d числа.
Условия параллельности прямых: $a_1x+b_1y+c1=0$ $a_2x+b_2y+c2=0$ $a\|\|b \Leftrightarrow a_1:a_2=b_1:b_2$ не равно $c_1:c_2$ где x и y - переменные, являющиеся координатами некоторой точки, лежащей на данной прямой, a, b, и c – это числа.	Условия параллельности плоскостей: $a_1x+b_1y+c_1z+d_1=0$ $a_2x+b_2y+c_2z+d_2=0$ $\alpha\|\|\beta \Leftrightarrow a_1:a_2=b1:b_2=c_1:c2$ не равно $d_1:d_2$ где x, y и z - переменные, являющиеся координатами некоторой точки, лежащей на данной прямой, a, b, и c – это числа.
Условия перпендикулярности прямых: $a\perp b \Leftrightarrow a_1a_2+b_1b_2=0$	Условия перпендикулярности плоскостей: $\alpha\perp\beta \Leftrightarrow a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2=0$
Расстояние от точки до прямой: $d=\frac{\|ax+by+c\|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ Где x и y - координаты точки, a, b, и c числа из уравнения прямой.	Расстояние от точки до плоскости: $d=\frac{\|ax+by+cz+d\|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$ Где x, y и z - координаты точки, a, b, c и d числа из уравнения плоскости.
Косинус угла между прямыми: $Cos\varphi=\frac{\|x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2\|}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2}}$	Косинус угла между плоскостями: $Cos\varphi=\frac{\|x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2+z_1\cdot z_2\|}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$
Любые вектора можно разложить по двум координатным неколлинеарным векторам: $a=x_1i+y_1j$, $b=x_2i+y_2j$, где x и y - коэффициенты разложения, они являются координатами векторов: $a\ \{x_1;\ y_1\}\ b\ \{x_2;\ y_2\}$ Сложение и вычитание векторов: $a+b\ \{x_1+x_2;\ y_1+y_2\}$ Умножение вектора на число: $\lambda a\ \{\lambda x_1;\ \lambda y_1\}$ Длина вектора: $\|a\|=\sqrt{x_1^2+y_1^2}$ Параллельность векторов: $a=x_1i+y_1j$, $b=x_2i+y_2j$, $a\|\|b \Leftrightarrow x_1:x_2=y_1:y_2$ Перпендикулярность векторов: $a\perp b \Leftrightarrow x_1x_2+y_1y_2=0$	Любые вектора можно разложить по трём координатным некомпланарным векторам: $a=x_1i+y_1j+z_1k$, $b=x_2i+y_2j+z_2k$, где x и y коэффициенты разложения, они являются координатами векторов: $a\ \{x_1;\ y_1;\ z_1\}$ $b\ \{x_2;\ y_2;\ z_2\}$ Сложение и вычитание векторов: $a+b\ \{x_1+x_2;\ y_1+y_2;\ z_1+z_2\}$ Умножение вектора на число: $\lambda a\ \{\lambda x_1;\ \lambda y_1;\ \lambda z_1\}$ Длина вектора: $\|a\|=\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}$ Параллельность векторов: $a=x_1i+y_1j+z_1k$, $b=x2i+y_2j+z_2k$, $a\|\|b \Leftrightarrow x_1:x_2=y_1:y_2=z_1:z_2$ Перпендикулярность векторов: $a\perp b \Leftrightarrow x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2=0$

Фузионизм при изучении геометрических фигур.

Для выявления фузионизма при изучении геометрических фигур сформируем дидактические блоки:

1)куб-квадрат

2)параллелепипед-прямоугольник

3)пирамида-треугольник

4)сфера-окружность.

	Для плоскости	Для пространства
название	Квадрат	Куб
определение	Прямоугольник, у которого все стороны равны	Прямоугольный параллелепипед, у которого все стороны равны
элементы	4 вершины, 4 стороны, 2 диагонали	8 вершин, 6 граней, 12 рёбер, 4 диагонали
свойства	Все углы квадрата прямые	Все углы куба прямые
	Диагонали квадрата равны, взаимно перпендикулярны, точкой пересечения делятся пополам	Диагонали куба равны и точкой пересечения делятся пополам, но не перпендикулярны друг к другу
величины	$S=a^2$	$V=a^3$
название	Прямоугольник	Прямоугольный параллелепипед
определение	Прямоугольником называется параллелограмм, у которого все углы прямые	Прямоугольным параллелепипедом называется четырёхугольная призма, основаниями которой являются прямоугольники
элементы	4 вершины, 4 стороны, 2 диагонали	8 вершин, 6 граней, 12 рёбер, 4 диагонали
свойства	Диагонали прямоугольника равны и точкой пересечения делятся пополам	Диагонали прямоугольного параллелепипеда равны и, пересекаясь в одной точке, они точкой пересечения делятся пополам
	Противоположные стороны прямоугольника параллельны и равны	Противоположные грани прямоугольного параллелепипеда параллельны и равны
признак	Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм-прямоугольник	Если в четырёхугольной призме диагонали равны, то это прямоугольный параллелепипед
величины	$S=ab$ произведение длины на ширину	$V=abc$ произведение длины, ширины и высоты
название	Треугольник	Тетраэдр
определение	Три точки, не лежащие на одной прямой и соединённые отрезками	Четыре точки пространства, не лежащие в одной плоскости и соединённые отрезками
элементы	Вершины, стороны, высота, медиана, биссектриса	Основание, боковые грани, рёбра, высота, апофема, вершина
величины	S=1/2ha, где a-основание, а h-высота, проведённая к нему	V=1/3Sосн.h, где h-высота, проведённая из вершины к основанию
название	Окружность	Сфера
определение	Множество точек плоскости, одинаково удалённых от данной точки, принадлежащих этой же плоскости	Множество точек пространства, одинаково удалённых от данной точки
элементы	Центр окружности, радиус, диаметр, хорда, дуга, сектор. Понятие круга	Центр сферы, радиус, хорда, диаметр, дуга, сектор. Понятие шара

Соответственно, можно сделать вывод, что проведение уроков с использованием идеи фузионизма действительно способствует повышению геометрическую подготовку у учащихся, повышает интерес к предмету и развивает пространственное воображения.

Использованная литература:

1. Левитас Г.Г. Фузионизм в школьной геометрии// Математика в школе, 1995, №6-С. 21-26.
2. Митенев Ю.А. Использование информационно-коммуникационных технологий в обучении математике // Среднее профессиональное образование. 2011. № 6. С. 19-20.
3. Смирнова И.М. Идеи фузионизма в преподавании ШКГ.//Математика (еженедельное приложение к газете ‘‘Первое сентября’’), №17, 1998.
4. Полат Е.С. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования. М., 2009.
5. Погорелов А.В.Геометрия: Учебник для 7-11класса. М. Просвещение. 1991г. стр.384.
6. Шарыгин И.Ф. Геометрия. 10-11 класс: Учеб. Для ощеобразоват. учеб. заведений. - 3-е изд. стереотип. – М.: Дрофа. 2001г. – С.208.
7. Льютых Е.Ф., Бурилич И.Н. Идея фузионизма в преподавании школьного курса геометрии. Сборник научных статей по материалам II Международной научно-практической конференции. Уфа 2020.
8. Капаева Н.В. Школьное геометрическое образование с позиции идей фузионизма. Елец ЕГУ им. И.А. Бунина , 2006.